17/10/2017

Τυχαίο Πείραμα (Τ.Π)

Κάθε φαινόμενο που δεν μπορεί να προβλεφθεί η εξέλιξή του, το τελικό του αποτέλεσμα με βεβαιότητα

Δειγματικός χώρος (δχ)

Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ΤΠ.

Παραδείγματα:

① Ρίψη νομίσματος μία φορά.
$S=\{Κ, Γ\}$

② Ρίψη ζαριού μία φορά
$S=\{1,2,3,4,5,6\}$

③ Ρίψη νομίσματος 3 φορές
ή ρίψη 3 νομισμάτων 1 φορά
$S=\{ΚΚΚ, ΚΓΓ, ΚΚΓ, ΓΚΓ, ΓΚΚ, ΓΓΚ, ΚΓΚ, ΓΓΓ\}$

_ _ _
1η ρίψη 2η ρίψη 3η ρίψη

④ Ρίψη 2 ζαριών 1 φορά
ή ρίψη 1 ζαριού 2 φορές.
$S=\{(x,y) : x,y=1,\dots,6\}$

(_ , _) από πολ/σμ αρχή 6^2 τρόποι
1η ρίψη 2η ρίψη

⑤ Ρίψη νομίσματος μέχρι να έρθει για πρώτη φορά Κ
$S=\{Κ, ΓΚ, ΓΓΚ, \dots, ΓΓΓ..ΓΚ, ..\}$

⑥ Πλήθος πελατών που εισέρχονται σε ένα σύστημα εξυπηρέτησης για να εξυπηρετηθούν.
$S=\{0,1,2,\dots\}$

7. Ενδιαφερόμαστε για τον χρόνο ζωής συσκευής ή ανθρώπων.

$S = (0, \infty)$

Ενδεχόμενο:

Κάθε υποσύνολο του δ.χ. S

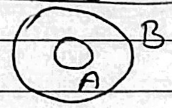
Απλό ή στοιχειώδες ενδεχόμενο: θα λέμε κάθε μονοσύνολο ενδεχ.

Ένα ενδεχόμενο έχει συμβεί ή έχει πραγματοποιηθεί αν το ενδεχόμενο αυτό είναι το αποτέλεσμα του τ.π.

Πράξεις Ενδεχομένων

Έστω δ.χ. S και ενδεχόμενα $A, B \subseteq S$

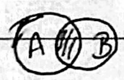
- Το ενδεχόμενο A συνεπάγεται το B

Αν συνολοθεωρητικά 

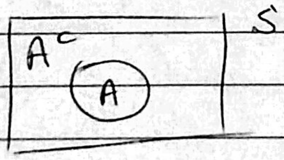
, αν $A \subseteq B$.

- Ένωση $A \cup B$

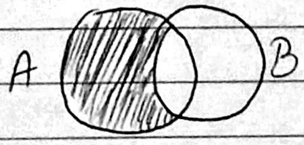
- Τομή $A \cap B$



- Συμπλήρωμα: A^c ή $\bar{A}$



- Διαφορά του B από το A $(A-B)$



- Αδύνατο ενδεχόμενο: εκείνο που δεν πραγματοποιείται ποτέ. $\emptyset$

- Βέβαιο ενδεχόμενο: εκείνο που πραγματοποιείται πάντα

S

• Τα A και B λέγονται <u>ασυμβίβαστα</u> αν $A \cap B = \emptyset$
(δηλ. αν δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα)

Πιθανότητας

Κλασσικός — Εμπειρικός — Αξιωματικός

<u>Κλασσικός Ορισμός:</u>

Πιθανότητα (⚅) $= \frac{1}{6}$

Πιθαν (⚁ ⚃ ⚅) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

<u>Ορισμός</u> (Laplace 1813)
Έστω $S \neq \emptyset$ και έστω $A \subseteq S$
Η πιθανότητα του A συμβολίζεται με P(A) και ορίζεται:

$$P(A) = \frac{\text{πλήθος αποτελεσμάτων που ευνοούν την πραγματοπ. του } A}{\text{πλήθος αποτελ. του Τ.Π.}}$$

$$= \frac{\text{πλήθος στοιχείων του } A}{\text{πλήθος στοιχείων του } S} = \frac{\|A\|}{\|S\|}$$

<u>Ιδιότητες:</u>

1. Αν $A \subseteq S$, $0 \leq P(A) \leq 1$.

2. $P(S) = 1$

3. Αν A,B ασυμβίβαστα ($A \cap B \neq \emptyset$)
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$P(A \cup B) = \frac{\|A \cup B\|}{\|S\|} = \frac{\|A\| + \|B\|}{\|S\|} = \frac{\|A\|}{\|S\|} + \frac{\|B\|}{\|S\|} = P(A) + P(B)$$

4. $P(A^c) = 1 - P(A)$

$$P(A^c) = \frac{\|A^c\|}{\|S\|} = \frac{\|S\| - \|A\|}{\|S\|} = 1 - \frac{\|A\|}{\|S\|} = 1 - P(A).$$

<u>Αδυναμίες Κλασσικού Ορισμού:</u>

1. Το S πεπερασμένο

2. Έστω $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$
$P(\{s_i\}) = \frac{1}{n}$, $i = 1, \dots, n$

Παράδειγμα:

Ζάρι 2 φορές

A = { Το άθροισμα των όψεων είναι 7 }

B = { Η απόλυτη διαφορά των όψεων είναι 4 }

$$S = \{(x,y) : x,y = 1,2,\dots,6\} \longrightarrow \|S\| = 36$$

$$A = \{(x,y) : x,y = 1,\dots,6 \ , \ x+y = 7\}$$

$$= \{(6,1),(5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)\}$$

$$P(A) = \frac{\|A\|}{\|S\|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \{(x,y) : x,y = 1,\dots,6 \ , \ |x-y| = 4\}$$

$$= \{(6,2),(2,6),(5,1),(1,5)\}$$

$$P(B) = \frac{\|B\|}{\|S\|} = \frac{4}{36}$$